

[PK1] Kurzfragen

4 Punkte

- (a) Was folgt, wenn eine Koordinate in der Lagrange-Funktion nicht vorkommt?
- (b) Warum führt ein drehinvariantes Potential auf ebene Bahnen?
- (c) Zeigen Sie: Der Drehimpuls eines Systems von Teilchen ist unabhängig von der Wahl des Koordinatenursprungs, wenn der Gesamtimpuls des Systems verschwindet.
- (d) Eine gleichförmig bewegte Uhr durchläuft das Ereignis $(ct, x) = (0, 0)$ und $(ct', x') = c\tau(5, 4)$. Welche Zeit vergeht auf der bewegten Uhr?

[PK2] Bewegung im Zentralpotential

6 Punkte

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich in einem Zentralpotential $V(\vec{r}) = \alpha \ln r$, $\alpha > 0$.

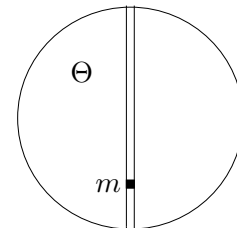
- (a) Welche Symmetrien und Erhaltungsgrößen hat dieses System? Folgern Sie daraus, daß die Bewegung jeweils in einer Ebene stattfindet.
- (b) Führen Sie ebene Polarkoordinaten (r, φ) ein und bestimmen Sie das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r)$.
- (c) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen in r . Zeigen Sie, daß für nicht verschwindenden Drehimpuls ein stabiles Gleichgewicht vorliegt. Berechnen Sie die Frequenz ω kleiner Schwingungen um die Gleichgewichtslage:

$$V_{\text{eff}}(r) = V_{\text{eff}}(r_0) + \frac{1}{2}\omega^2(r - r_0)^2 + \dots$$

[PK3] Massenpunkt auf rotierender Scheibe

5 Punkte

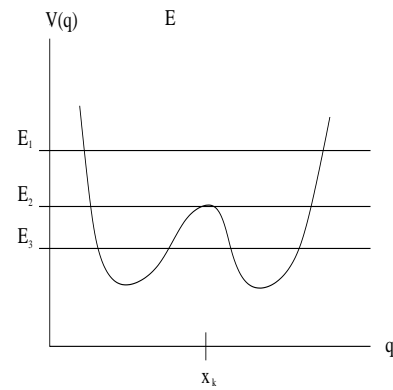
Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich (reibungsfrei) in einer Nut geführt auf einer horizontalen Scheibe, die sich um ihre Achse drehen kann. Das Trägheitsmoment der Scheibe sei Θ .



- (a) Geben Sie die Lagrangefunktion in geeigneten Koordinaten an. Welche zyklische Koordinate gibt es und welche Bedeutung hat der dazugehörige erhaltene Impuls?
- (b) Kombinieren Sie die Erhaltungssätze, um das effektive Potential für die Radialbewegung zu erhalten. Zeichnen Sie seinen Verlauf (qualitativ). Geben Sie $t(r)$ als Integral an.

[PK4] Phasenraumbahnen**4 Punkte**

Skizzieren Sie für das nebenstehend gezeigte Potential die resultierenden Phasenraumbahnen für die drei charakteristischen Energien E_1 , E_2 und E_3 und markieren Sie den Durchlaufsin.



- Können sich Phasenraumbahnen schneiden?
- Aus wievielen Kurven besteht demnach die Separatrix, die zu der Energie E_2 gehört? Daraus ergibt sich die Durchlaufzeit der Separatrix.
- Unter welcher Steigung schneidet die Separatrix die q -Achse? Entwickeln Sie dazu das Potential in der Nähe des kritischen Punktes x_k .

[PK5] Relativistischer Zerfall eines Teilchens**4 Punkte**

- Betrachten Sie den Zerfall eines ruhenden relativistischen Teilchens der Masse M . Zeigen Sie mit Energie- und Impulserhaltung, daß die Masse des zerfallenden Teilchens größer ist als die Summe $m_1 + m_2$ der Massen der Zerfallsprodukte.
- Was bedeutet die obige Relation für den Zerfall eines Teilchens in zwei masselose Teilchen? Überzeugen Sie sich, daß eine analoge geometrische Aussage lautet: Die Summe zweier lichtartiger Vektoren, $v_i = \lambda_i \left(\frac{1}{\vec{e}_i}\right)$, $i = 1, 2$, ist lichtartig oder zeitartig.

[PK6] Kontinuitätsgleichung**2 Punkte**

Zeigen Sie, daß die Kontraktion $S_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ eines symmetrischen Tensors $S_{\mu\nu} = S_{\nu\mu}$ mit einem antisymmetrischen Tensor $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$ verschwindet. Wie folgt somit aus den Maxwell-Gleichungen $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c}j^\nu$ die Kontinuitätsgleichung?